E. EXPONENTIALGLEICHUNGEN

Der digitale Mathe-Lernpfad E befindet sich unter: www.kulturknigge.de

Eine Gleichung, bei der die Lösungsvariable x im Exponenten steht, heißt **Exponentialgleichung**.

Die Gleichung

$$a^x = p \qquad \text{mit } x, p \in \mathbb{R},\ a > 0$$

löst man mit dem **Logarithmus** und schreibt:

$$x = log_a(p)$$

Merke: **a** ist in beiden Gleichungen **Basis**

Beispiel 1:	**Beispiel 2:**
$3^x = 6$	$log_2(8) = 3$
$x = log_2(8)$	$2^x = 8$
$x = 1{,}63$	$x = 3$, da $2^3 = 8$

Die Basis 10 kann man auch weglassen. Dann schreibt man anstatt „log" nur „lg":

$x = log_{10}(1000) = lg(1000) = 3$ da $10^3 = 1000$

Logarithmus-Gesetze: Für $a, u, v > 0, a = 0, r \in \mathbb{R}$	**Beispiel:**
$log_a(u \cdot v) = log_a(u) + log_a(v)$	$log_3(3^2 \cdot \sqrt{3}) = log_{10}(3^2) + log_3\left(3^{\frac{1}{2}}\right)$
$log_a(u : v) = log_a(u) - log_a(v)$	$= 2 \cdot log_3(3) + \frac{1}{2} log_3(3) = 2 + \frac{1}{2} = 2{,}5$
$log_a(u^r) = r \cdot log_a(u)$	

Den Logarithmus auf eine gesamte Gleichung anwenden:	**Lösen durch Substitution:**
$2^x = 7 \quad \mid lg$	$3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 8 = 0 \quad$ Sub. $3^x = u$
$lg(2^x) = lg(7)$	$u^2 + 2 \cdot u - 8 = 0 \quad$ Mitternachtsformel …
$x \cdot lg(2) = lg(7) \quad \mid : lg(2)$	$u_1 = 2 \quad u_2 = -4 \quad$ Resub. $u = 3^x$
$x = \frac{lg(7)}{lg(2)} = log_2(7)$	$3^x = 2 \quad 3^x = -4 \quad f(x) = 3^x > 0$
	$x = log_3(2) = 0{,}63$