# F. e-Funktion

## Lösungen Aufgaben: Teil F

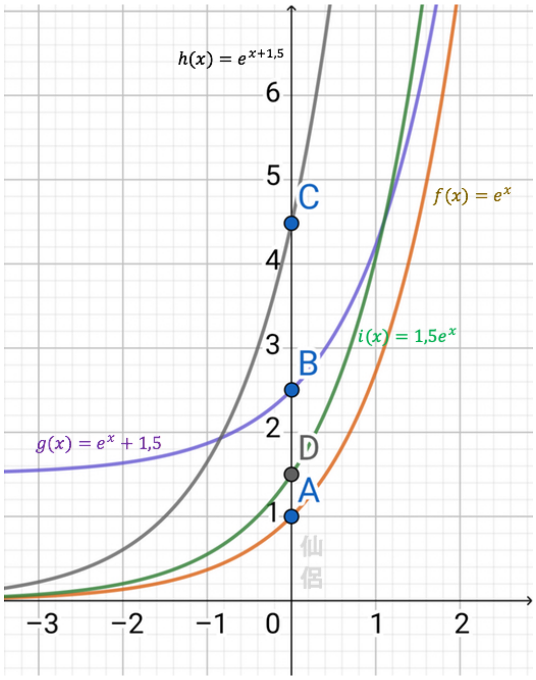
Der digitale Mathe-Lernpfad E befindet sich unter: www.kulturknigge.de

### Aufgabe 1

Skizziere die Schaubilder der folgenden Funktionen in das gleiche Koordinatensystem. In jedem Schaubild sollen mindestens zwei Punkte genau eingezeichnet sein. Markiere diese Punkte.

a) $f(x) = e^x$ b) $g(x) = e^x + 1{,}5$ c) $h(x) = e^{x+1{,}5}$ d) $i(x) = 1{,}5e^x$

→ siehe Grafik rechts




### Aufgabe 2

Löse die folgenden Exponentialgleichungen soweit es geht:

a) $e^{2x} = 3$ b) $3e^{2x-1} = 9$ c) $e^{5x} = 4e^{2x}$

$e^{2x} = 3 \quad | \ln$

$\ln(e^{2x}) = \ln(3)$

$2x = \ln(3)$

$x = \frac{\ln(3)}{2}$

$3e^{2x-1} = 9 \quad | :3$

$e^{2x-1} = 3 \quad | \ln$

$\ln(e^{2x-1}) = \ln(3)$

$2x - 1 = \ln(3) \quad | +1$

$2x = \ln(3) + 1 \quad | :2$

$x = \frac{\ln(3)+1}{2}$

$e^{5x} = 4e^{2x} \quad | \ln$

$\ln(e^{5x}) = \ln(4e^{2x})$

$5x = \ln(4) + \ln(e^{2x})$

$5x = \ln(4) + 2x \quad | -2x$

$3x = \ln(4) \quad | :3$

$x = \frac{\ln(4)}{3}$

### Aufgabe 3

Beim Reaktorunglück von Tschernobyl wurde eine Menge von etwa 400g radioaktiven $^{131}I$ 131 (Iod) freigesetzt.

Dieses Jod hat eine Halbwertszeit von nur 8 Tagen. Berechne die Zerfallskonstante k und gib den prozentualen Wachstumsfaktor a an.

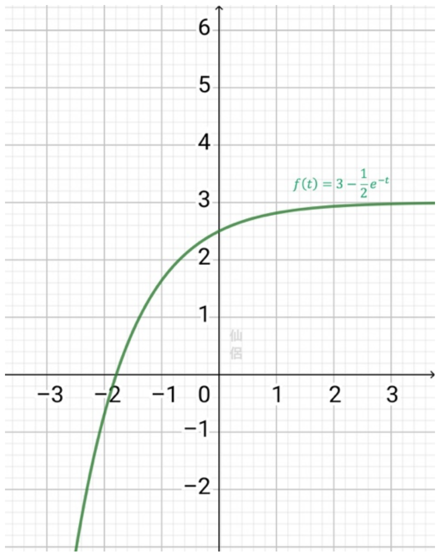
(1) $T_H = -\frac{\ln(2)}{k} = 8$ also $k = -\frac{\ln(2)}{8} = -0{,}087$

(2) a= $e^k = e^{-0{,}087} = 0{,}92$

EXPONENTIALFUNKTION

Dateiname: F-Aufgaben-Lsg_e-Funktion.docx

## Aufgabe 4




Die Funktion f beschreibt die Anzahl von künstlich gezüchteten Bakterien [in Mio] in einer Petrischale. Erst, wenn eine gewisse Anzahl in der Petrischale gebildet wurden, beginnt man, mit diesen Experimente durchzuführen (t = 0). Die Zeit t wird in Stunden angegeben.

Dabei ist $f(t) = 3 - \frac{1}{2}e^{-t}$ mit $t \in \mathbb{R}$

a) Bestimme die Anzahl der Bakterien 2 Stunden nach Beginn der Experimente. Mit wie vielen Bakterien startet man in die Experimentierphase?

(1) $f(2) = 3 - \frac{1}{2}e^{-2} = 2{,}93$ Die Anzahl der Bakterien beträgt nach 2 h 2,93 Mio.

(2) $f(0) = 3 - \frac{1}{2}e^{-0} = 2{,}5$ Die Anzahl der Bakterien beträgt zu Beginn der Experimentierphase 2,5 Mio.

b) Wann beträgt die Anzahl der Bakterien 2,8 Mio?

$f(t) = 3 - \frac{1}{2}e^{-t} = 2{,}8 \quad \frac{1}{2}e^{-t} = 0{,}2 \quad \mathrm{e}^{-t} = 0{,}4 \quad \ln(\mathrm{e}^{-t}) = \ln(0{,}4) \quad t = 0{,}92$

A: Nach 0,92 h, also 55,2 min, sind 2,8 Mio Bakterien in der Petrischale.

c) Das Bakterienwachstum wird vor vor Beginn der Experimente unter standardisierten Bedingungen durchgeführt. Wie lange vorher müssen die Bakterien vorher angesetzt werden, damit der Beginn der Experimente erfolgen kann?

$f(t) = 3 - \frac{1}{2}e^{-t} = 0 \quad \frac{1}{2}e^{-t} = 3 \quad \mathrm{e}^{-t} = 6 \quad \ln(\mathrm{e}^{-t}) = \ln(6) \quad t = -1{,}79$

A: Die Bakterien müssen 1,79 h, also 1 h 47 min vorher angesetzt werden.

d) Bestimme die Gleichung der Asymptote.

$A_y = \lim\limits_{t \to \pm\infty} f(t) = 3$ → da der Term $\frac{1}{2}e^{-t}$ gegen Null geht.

e) Beschreibe, wie das Schaubild von f aus der Grundfunktion $g(t) = e^t$ hervorgegangen ist. Begründe das Monotonieverhalten von f.

(1) $e^t \longrightarrow e^{-t}$: Spiegelung an der y-Achse; $e^{-t} \longrightarrow -\frac{1}{2}e^{-t}$: y-Achsenabschnitt bei $-\frac{1}{2}$ und Spiegelung an x-Achse; $-\frac{1}{2}e^{-t} \longrightarrow -\frac{1}{2}e^{-t} + 3$: Verschiebung in positive y-Achsenrichtung um 3 Einheiten.

(2) Da nur die e-Funktion und Zahlen vorkommen, ist das Monotonieverhalten von der Grundfunktion $g(t) = e^t$ herleitbar.