

## F. DIE E-FUNKTION



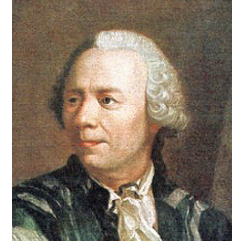
Der digitale Mathe-Lernpfad F befindet sich unter: [www.kulturknigge.de](http://www.kulturknigge.de)

### Definition

Die Funktion

$$f(x) = e^x \quad \text{mit } e = 2,71828 \dots$$

heißt **natürliche Exponentialfunktion** mit der **Eulerzahl e** als Basis.



Quelle: wikipedia.org

Es gilt:

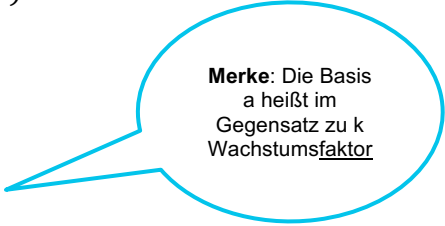
1.  $\log_e(u) = \ln(u)$
2.  $\ln(e^x) = x$
3.  $e^{\ln(u)} = u$

### Umrechnung der allgemeinen Exponentialfunktion $a^x$ in die e-Funktion:

$$f(x) = a^x = e^{\ln(a) \cdot x} = e^{k \cdot x} \quad \text{mit } k = \ln(a)$$

k heißt **Wachstumskonstante** für  $k > 0$ .

k heißt **Zerfallskonstante** für  $k < 0$ .



Die Verdoppelungszeit $T_V$	Die Halbwertszeit $T_H$
<p>Die Verdoppelungszeit ist die Zeit, die eine bestimmte Größe (z. B. das ein zerfallender Stoff) benötigt, um sich zu verdoppeln. Sie wird so berechnet:</p> $T_V = \frac{\ln(2)}{k}$	<p>Die Halbwertszeit ist die Zeit, die eine bestimmte Größe (z. B. Anzahl der Einwohner) benötigt, um die Hälfte des anfänglichen Werts zu erreichen. Man berechnet sie so:</p> $T_H = -\frac{\ln(2)}{k}$
<p><b>Beispiel</b> Die Schülerzahl in BW (1 Mio) wächst jährlich um ca. 1 %. Wann hat sie sich verdoppelt?</p> $k = \ln(a) = \ln(1,01)$ $T_H = \frac{\ln(2)}{k} = \frac{\ln(2)}{\ln(1,01)} = 69,66$ <p><b>Antwort:</b> Die Schülerzahl hat sich nach ca. 70 Jahren verdoppelt.</p>	<p><b>Beispiel</b> Das radioaktive Isotop <math>^{137}\text{Cs}</math> (Caesium) zerfällt jährlich um ca. 2,284 %. Wann hat es sich halbiert?</p> $k = \ln(a) = \ln(0,97716)$ $T_V = -\frac{\ln(2)}{k} = -\frac{\ln(2)}{\ln(0,97716)} = 30,00$ <p><b>Antwort:</b> Caesium zerfällt zur Hälfte nach 30 Jahren.</p>